



AI -1214

B. A. / B. Sc. (Part-III)

Term End Examination, 2020-21

MATHEMATICS

Paper : Third (Optional)

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I

Unit-I

1. (a) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि
 $2^n > n^3$ जहाँ $n \geq 10$ ।

Show that $2^n > n^3$ for $n \geq 10$ by mathematical induction.

(b) दिये गये भाषा $L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 1, i \neq j\}$ का ब्याकरण की रचना कीजिये।

Construct a grammar for the language

$$L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 1; i \neq j\}.$$

(c) एक चेसबोर्ड से यहूच्छया चार वर्गों को चुना जाता है तो उनके विकर्ण में होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

In four squares are chosen at random on a chess board, find the chance that they should be in a diagonal line.

इकाई-II

Unit-II

2. (a) माना $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ तथा

$$R = \{(a, b) \mid a - b = 3k\} \quad k \text{ पूर्णांक है। अर्थात् } aRb \text{ यदि और केवल यदि } a \text{ और } b \text{ का अंतर}$$

3 से विभाजित हो सकता हो तो, सिद्ध कीजिये कि R तुल्यता संबंध है।

Let $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ and

$R = \{(a, b) | a - b = 3k\}$, where k is an integer; that is aRb iff difference of a and b is divisible by 3, prove that R is an equivalence relation.

(b) किन्हीं धन पूर्णांक a तथा b के लिये दर्शाइये कि

$$\text{lcm}\{a, \text{gcd}(a, b)\} = a$$

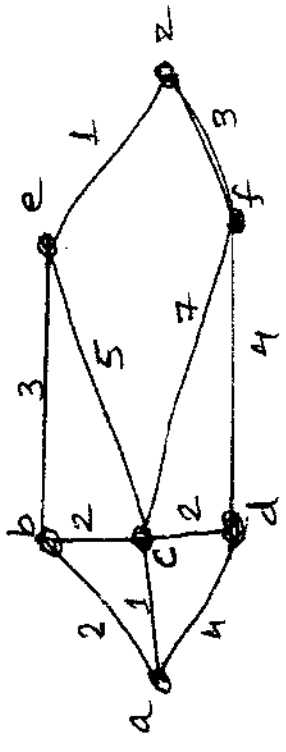
तथा $\text{gcd}\{a, \text{lcm}(a, b)\} = a$

For any positive integer a and b , show that

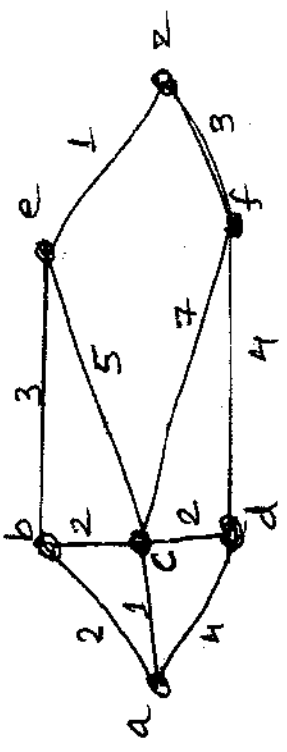
$$\text{lcm}\{a, \text{gcd}(a, b)\} = a$$

and $\text{gcd}\{a, \text{lcm}(a, b)\} = a$

(c) निम्नांकित भारत अलेख में a से z तक का लघुतम पथ ज्ञात कीजिये—



Find the shortest path between a and z in the following weighted graph :



इकाई-III
Unit-III

3. (a) एक परिमित अवस्था यंत्र M की अभिकल्पना कीजिये जो दो द्वि-आधारी संख्याओं का योग कर सके।

Design a finite state machine M which can add two binary numbers.

- (b) एक परिमित अवस्था यंत्र की अभिकल्पना कीजिये जो ठीक निर्गम 1 रखता है जब निवेश-अनुक्रम अंकों 101 पर समाप्त होता है।

Design a finite state machine having an output of 1 exactly when the input sequence ends with digits 101.

- (c) $a_0 = 0, a_1 = 1$ सहित $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$ से परिभाषित फिबोनाशी अनुक्रम $\{a_r\}$ के लिये जनक फलन ज्ञात कीजिये।

Find the generating function for the Fibonacci sequence $\{a_r\}$ defined by $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$ with $a_0 = 0, a_1 = 1$.

इकाई-IV

Unit-IV

4. (a) अंतर समीकरण को हल कीजिये—

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$$

Solve the difference equation

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$$

- (b) जनक फलन के प्रयोग से हल कीजिये

$$a_r - 4a_{r-1} + 3a_{r-2} = 0, r \geq 2$$

जहाँ $a_0 = 2, a_1 = 4$ ।

Solve by the method of generating functions the recurrence relation

$$a_r - 4a_{r-1} + 3a_{r-2} = 0, r \geq 2$$

with the boundary condition $a_0 = 2, a_1 = 4$.

- (c) सिद्ध कीजिये कि ईकाई n, n वें मूल के गुणात्मक आबेली समूह, परिमित कोटि n होता है।

Show that the set of n^{th} roots of unity form a finite abelian multiplicative group of order n .

इकाई-V

Unit-V

5. (a) मानलो a, b, c लैटिस के तीन अवयव है यदि $a \leq b$ तो सिद्ध कीजिये कि $a \vee (b \wedge c) \leq b \wedge (a \vee c)$ ।

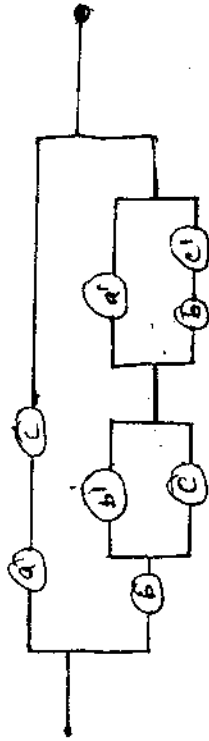
Let a, b, c be elements in a lattice (L, \leq) . Show that if $a \leq b$, then

$$a \vee (b \wedge c) \leq b \wedge (a \vee c)$$

(b) क्रम संबंध \leq बूलीय बीजगणित B में अंशतः क्रम संबंध होता है।

The order relation \leq is partial order relation in a boolean algebra.

(c) निम्नलिखित स्विचन परिपथ को सरलीकृत परिपथ से प्रतिस्थापित कीजिये—



Replace the following switching circuit by a simpler one :

